**昆明理工大学博士研究生入学考试**

**《数值分析（机电院）》考试大纲**

**第一部分 考试形式和试卷结构**

**一、考试方式：**考试采用闭卷笔试方式，试卷满分为100分。

**二、考试时间：**180分钟。

**三、试卷内容结构：**客观题约占 60%，主观题约占 40%。

**四、试卷题型结构：**

试卷由三部分组成：选择/判断、填空、分析/计算。其中：

**1、选择/判断题**，约占20%。测试考生对本课程基本概念、基本知识和数值计算常用算法设计与分析方法的掌握程度。

**2、填空题，**约占40%。测试考生运用数值计算相关基础知识和基本方法，开展计算、简要分析以及求解实际问题的能力。

**3、分析、计算题，**约占40%。测试考生综合运用数值计算理论、典型方法解决综合问题，并开展相关计算方法收敛性以及误差分析等能力。

**第二部分 考察的知识及范围**

1. **误差度量与数值算法设计**

误差基本概念：误差来源与分类，截断误差、舍入误差、绝对误差、相对误差，有效数字以及数值稳定性。

函数计算误差分析：一元函数误差估计，四则运算误差估计。

数值算法设计原则：简化计算步骤以节省计算量（秦九韶算法）、减少有效数字损失，选择数值稳定的算法。

1. **函数的插值方法以及误差估计**

插值问题的基本概念：插值问题的描述，插值多项式的存在和唯一性，差商、差分的概念以及性质。

拉格朗日插值：线性插值与抛物插值，n次拉格朗日插值，插值余项公式。

牛顿插值：均差的概念与性质，牛顿插值公式及其余项，差分的概念与性质。

埃尔米特插值：两点三次埃尔米特插值及其余项，n点埃尔米特插值，非标准埃尔米特插值及其余项。

分段低次插值：分段线性插值，分段三次埃尔米特插值。

三次样条插值：三次样条函数建立，三次样条插值方法。

1. **函数逼近与曲线拟合**

正交多项式：函数内积、欧几里德范数，正交函数序列，正交多项式，勒德让多项式，切比雪夫多项式。

最佳平方逼近：最佳平方逼近问题及解法，基于正交函数、勒德让多项式、切比雪夫多项式的最佳平方逼近。

最小二乘法：最小二乘曲线拟合问题的提出和解法，最小二乘计算，最小二乘法的应用（算术平均、超定方程组）。

1. **数值积分与数值微分**

数值求积基本概念：数值求积思想、基本公式，插值型求积计算，代数精度及误差估计，求积公式收敛性及稳定性。

牛顿-科特斯求积公式：牛顿-科特斯公式一般形式，梯形公式和辛普森公式及其余项，数值稳定性分析。

复化求积公式：复化梯形公式，复化辛普森公式，复化公式的余项及收敛性。

高斯求积公式：高斯求积公式的概念（最高代数精度、插值型），高斯点的特性，高斯-勒德让求积公式，高斯公式的余项、稳定性。

龙贝格求积公式：二等分过程梯形公式的递推关系，外推加速法，龙贝格算法。

数值微分公式：基于泰勒展开的数值微分公式，插值型数值微分公式。

1. **线性代数方程组的直接解法**

向量和矩阵的范数等基本概念：向量范数，矩阵范数，矩阵谱半径，矩阵的条件数，病态方程组。

高斯消去法：顺序高斯消去法，列主元高斯消去法。

三角分解法：矩阵三角分解，直接三角分解法，解三对角方程组的追赶法，解对称正定方程组的平方根法。

扰动方程组的误差界估计。

1. **线性代数方程组的迭代解法**

迭代法的基本思想：迭代法的基本概念，基本型迭代公式。

雅可比迭代与高斯-赛德尔迭代：雅可比迭代，高斯-赛德尔迭代的构造。

收敛性分析：雅可比迭代与高斯-赛德尔迭代法收敛性分析。

逐次超松弛迭代法：逐次超松弛迭代法的构造和收敛性条件。

1. **非线性方程数值求解**

方程求根基本概念：方程求根的主要思想，二分法。

不动点迭代法：不动点迭代法，收敛性定理（局部收敛性，收敛速度与收敛阶）。

牛顿迭代法：牛顿迭代法、收敛性、重根的处理，应用举例（如求方根、应用于代数方程等特殊方程）。

迭代过程的加速方法：埃特金加速方案，斯特芬森迭代法。

1. **矩阵特征值与特征向量计算**

矩阵特征值：矩阵特征值及性质、矩阵正交变换及分解。

矩阵特征值计算方法：乘幂法、反幂法、雅可比方法、QR方法。

1. **常微分方程初值问题数值求解**

数值解的概念：数值解的概念，数值解法的特点。

欧拉方法与局部截断误差：欧拉公式、隐式欧拉公式、梯形公式、改进的欧拉公式，局部截断误差。

龙格-库塔方法：2阶龙格-库塔公式，经典3阶、4阶龙格-库塔公式。

单步法的收敛性与稳定性：局部截断误差的概念、推导，收敛阶的概念，单步法的收敛性，单步法的绝对稳定性。

线性多步法：线性多步法的构造，预测-校正、辛普森、阿当姆斯等线性多步法。