

北 京 化 工 大 学
攻读博士学位研究生入学考试
《线性系统理论》 样题

注意事项

1. 答案必须写在答题纸上，写在试卷上均不给分。
2. 答题时可不抄题，但必须写清题号。
3. 答题必须用蓝、黑水笔或圆珠笔，用红色笔或铅笔均不给分。

1. 系统的传递函数关系为

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{2s^2 + 13s + 5}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$$

请写出它的一个状态空间描述。(10 分)

2. 已知线性系统的状态空间描述为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

请确定系统的能控性和能观测性。(15 分)

3. 已知系统差分方程为：

$$y(k+2) + 1.2y(k+1) + 0.6y(k) = 3u(k)$$

- (1)、写出系统的脉冲传递函数；(5 分)
- (2)、写出状态方程；(5 分)
- (3)、确定系统的稳定性。(5 分)

4. 时变系统为:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & t \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, t \in [1 \ 10]$$

求其在单位阶跃函数 $1(t-1)$ 作用下, 以 $x_1(1)=1$ 和 $x_2(1)=1$ 为初始状态的状态响应。(20 分)

5. 已知单输入系统状态方程的一般形式为 $\dot{x} = Ax + bu$, 试用李亚普诺夫第二方法来说明反馈控制 $u = -Kx$ 能够保证系统稳定运行的条件。(10 分)

6. 线性定常系统为 $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$, 试讨论当状态反馈矩阵 $y = [3 \ 1]x$

阵 K 取哪些值时, 会改变系统的能观测性。(10 分)

7. 给定单输入线性定常系统为:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

再给定一组期望的闭环特征值为:

$$\lambda_1^* = -2, \lambda_2^* = -1 + j, \lambda_3^* = -1 - j$$

可知该系统为完全可控, 能满足闭环极点可任意配置条件。试求要确定的反馈增益矩阵 k 。(20 分)